

MATEMATYKA:

Zakres tematyczny:

I. Wielomiany.

- Działania na wielomianach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, stosowanie wzorów skróconego mnożenia na kwadrat sumy, kwadrat różnicy, różnicę kwadratów).
- Rozkład wielomianu na czynniki:
 - wyłączanie czynnika poza nawias,
 - grupowanie wyrazów,
 - stosowanie wzorów skróconego mnożenia,
 - rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki w zależności od wyróżnika Δ .
- Rozwiązywanie równań wielomianowych.

II. Funkcje wykładnicze i logarytmy.

- Rysowanie wykresu funkcji $f(x)=a^x$ oraz przesunięcie tego wykresu wzdłuż osi Ox i Oy .
- Określanie własności funkcji wykładniczej.
- Obliczanie wartości logarytmów dziesiętnych i naturalnych z zastosowaniem wzorów na logarytm iloczynu, ilorazu i potęgi o wykładniku naturalnym.

III. Funkcje trygonometryczne.

- Definicje funkcji \sin , \cos , tg , ctg kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.
- Wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30° , 45° , 60° .
- Stosowanie definicji funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania zadań geometrycznych.
- Podstawowe tożsamości trygonometryczne:
 - obliczanie wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość jednej z nich,
 - przekształcanie wyrażeń z zastosowaniem tożsamości trygonometrycznych – proste przykłady.

IV. Ciągi.

- Obliczanie wyrazów ciągu.
- Badanie monotoniczności ciągu.
- Ciąg arytmetyczny.
- Ciąg geometryczny.
- Procent składany.

Przykładowe zadania.

I. Wielomiany

Zad. 1.

Dane są wielomiany: $u(x)=4x^3 + 2x^2 - 1$, $w(x)=2x^3 - x^2 + 2$, $p(x)=3x - 4$.

Wyznacz wielomian v :

a) $v(x) = u(x) + 3 w(x)$

c) $v(x) = p(x) \cdot w(x)$

b) $v(x) = 2 u(x) - w(x)$

d) $v(x) = [p(x)]^2 - 3 u(x)$

Zad.2.

Wykonaj działania:

a) $(2x + 1)^2$

b) $(4 - 5x)^2$

c) $(3x - 4)(3x + 4)$

d) zapisz wielomian w prostszej postaci

$$(x+2)^2 + 12x(x+1) - 2(3x+2)^2 - (2x+3)(2x-3) =$$

Zad. 3.

Rozłóż wielomian na czynniki.

a) $x^3 - 5x^2 + 6x =$ b) $4x^2 - 16 =$ c) $x^4 + 6x^3 + 9x^2 =$
d) $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 =$ e) $4x^3 - x =$

Zad. 4.

Rozwiąż równania:

a) $(2x-1)(x+2)(3x+2)(x-1)^2 = 0$ c) $-x^2 + 3x + 18 = 0$
b) $x^3 - 3x + 21 = 7x^2$ d) $x^5 - 121x^3 = 0$ e) $x^3 + 5x = 0$

II. Funkcje wykładnicze i logarytmy.**Zad. 1.**

Naszkluj wykres funkcji: a) $f(x) = 2^x$ b) $f(\frac{1}{3})^x$.

Określ dziedzinę, zbiór wartości oraz monotoniczność podanych funkcji.

Zad. 2.

Oblicz:

a) $\log_3 9 =$ $\log_{16} \frac{1}{4} =$ $\log_{\frac{1}{5}} 25 =$ $\log_4 2 =$
b) $\log_3(2 + \log_4 0,25)$ c) $\log 5 + \log 8 - 2 \log 2$

III. Funkcje trygonometryczne.**Zad. 1.**

Podaj wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów ostrych trójkąta prostokątnego o podanych bokach.

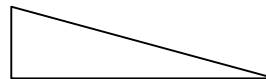
a) 3,4,5 b) 6,8,10 c) 8,15,17 d) 7,24,25

Zad. 2.

Podaj wartości

$$\sin \alpha, \sin \beta, \cos \alpha, \cos \beta, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{tg} \beta, \operatorname{ctg} \alpha, \operatorname{ctg} \beta$$

dla trójkąta przedstawionego na rysunku.

**Zad. 3.**

Podaj przybliżoną wartość kąta, dla którego:

a) $\sin \alpha = 0,4067$, b) $\sin \alpha = 0,4220$, c) $\operatorname{tg} \alpha = 0,5751$ d) $\cos \alpha = 0,9200$

Zad. 4.

Znajdź obwód prostokąta, którego przekątna d tworzy z krótszym bokiem kąt o mierze α , jeżeli: a) $d=10$, $\alpha=67^\circ$, b) $d=15$, $\alpha=75^\circ$.

Zad. 5.

Obserwator widzi czubek drzewa odległego o d , pod kątem α . Przyjmując, że obserwator ma oczy na wysokości 150 cm nad ziemią, oblicz wysokość drzewa, mając dane:

a) $d=65$ m, $\alpha = 29^\circ$, b) $d=22$ m, $\alpha = 30^\circ$ c) $d=100$ m, $\alpha = 45^\circ$.

Zad. 6.

Drabinę o długości 5 m oparto o ścianę budynku tak, że dotyka ściany na wysokości 4,8 m. Jaki kąt tworzy drabina z ziemią?

Zad. 7.

Pod jakim kątem padają promienie słoneczne, jeśli drzewo o wysokości 20 m rzuca cień długości 17 m?

Zad. 8.

Korzystając z tożsamości trygonometrycznych, znajdź wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α , jeśli:

a) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ b) $\cos \alpha = 0,8$ c) $\operatorname{tg} \alpha = 2$ d) $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{5}$

Zad. 9.

Przedstaw w prostszej postaci.

a) $(1-\sin \alpha)(1+\sin \alpha)$ c) $\sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha$ e) $\frac{1-\cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$
 b) $\cos \alpha \operatorname{tg} \alpha$ d) $\operatorname{tg} \alpha + \frac{\cos \alpha}{1+\sin \alpha}$ f) $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$

Zad. 10.

Sprawdź, czy poniższe równości są tożsamościami trygonometrycznymi.

a) $(\operatorname{tg} \alpha - 1)(\operatorname{ctg} \alpha + 1) = \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha$ e) $\sin^3 \alpha \cos^2 \alpha = \sin^3 \alpha - \sin^5 \alpha$
 b) $(\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \operatorname{ctg}^2 \alpha = \sin^2 \alpha$ f) $\frac{\operatorname{tg} \alpha (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha)}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$
 c) $(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha) = \sin^2 \alpha$ g) $\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$

Zad. 11.

Podstawy trapezu mają 10 i 4. Ramiona trapezu tworzą z dłuższą podstawą kąty 45° i 60° . Oblicz wysokość i pole trapezu.

IV. Ciągi.

Zad. 1.

Wzór ogólny ciągu liczbowego o wyrazach

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$ ma postać:

A. $a_n = \frac{n}{2}$ B. $a_n = \frac{n}{n+1}$ C. $a_n = \frac{1}{n}$

Zad. 2

Wyznacz wzór ogólny podanego ciągu:

- a) arytmetycznego; $6, 2, -2, -6, -10, \dots$. Oblicz a_{10} .
 b) geometrycznego; $-4, -2, -1, -\frac{1}{2}, \dots$. Oblicz a_{11} .

Zad. 3.

Wyznacz cztery początkowe wyrazy ciągu:

a) $a_n = 2n - 1$, b) $a_n = (-1)^n \cdot 2^n$.

Zad. 4.

Które wyrazy ciągu (a_n) :

- a) są równe 0, $a_n = (n - 3)(n + 2)$
 b) są równe 1, $a_n = \frac{n^2 - 6n + 13}{n + 3}$.
 c) są większe od -4 , $a_n = -n^2 + 3n$

Zad. 5.

W ciągu arytmetycznym mamy dane:

- a) $S_n = -24$, $a_n = 12$, $n = 2$. Oblicz a_1 .
 b) $S_n = 168$, $a_1 = 3$, $a_n = 25$. Oblicz n .
 c) $a_1 = 5$, $r = -2$. Oblicz a_9 .

Zad. 6.

Sprawdź, czy ciąg $a_n = 4 - \frac{1}{2}n$ jest ciągiem arytmetycznym. Określ jego monotoniczność.

Zad. 7.

W ciągu geometrycznym mamy dane:

- a) $a_1=3$, $q=\frac{1}{2}$, $n=5$. Oblicz S_n .
b) $a_1=3$, $a_2=6$. Oblicz a_5 i a_{10} .
c) $S_5=45$, $q=2$. Oblicz a_1 .

Zad. 8.

Sprawdź, czy ciąg $a_n=2^{3n-1}$ jest ciągiem geometrycznym. Określ jego monotoniczność.

Zad. 9.

Dla jakich x podane liczby są kolejnymi wyrazami ciągu:

- a) arytmetycznego, $-x$; $3x + 1$; $-6 - x$
b) geometrycznego, x ; $x + 1$, $2x + 2$

Zad. 10.

Do banku wpłacono 2000 zł na 2 lata przy rocznej stopie procentowej 6%. Oblicz, jaki będzie stan tej lokaty po upływie tego okresu, jeżeli odsetki są kapitalizowane;

- a) co pół roku,
b) co kwartał,
c) co miesiąc.